

Vaasan yliopiston DI-maisterivalinnan esitehtävät 2016

Vaasan yliopiston maisterivalinnassa diplomi-insinöörin (DI) tutkintoon (2 v) hakijan on suoritettava ennakkoon ilmoitetut esitehtävät. Esitehtävillä mitataan opiskelijan valmiuksia suoritua opinnoissa Energia- ja informaatiotekniikan DI-ohjelmassa. Esitehtävät on suoritettava hyväksytysti, jotta voi tulla valituksi, mutta ne eivät anna lisäpisteitä opiskelijavalintaan. Esitehtävän jälkeistä valintakoetta ei ole. Esitehtävät ovat matematiikkaan ja fysiikkaan painottuvia soveltavia tehtäviä.

Tehtävien ratkaisuun liittyviä ohjeita. Esitehtäviä on viisi kappaletta ja näistä tehtävä 5 on vaihtoehtoinen: Hakija voi vapaasti valita, laatiiko vastauksen tehtävään 5 a) vai 5 b). Sijoita kunkin tehtävän ratkaisut omille sivuilleen. Laadi ratkaisut selkeästi välivaiheineen ja vastaa kunkin tehtävän osalta myös kaikkiin alakohtiin, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. Tehtävät arvostellaan kokonaisuuksina, eivätkä alakohdat arvioinnissa välttämättä ole samanarvoisia. Tehtävien ratkaisujen tulisi sisältää myös annetun vastauksen perustelut. Tehtävät arvostellaan ja pisteytetään normaalien tenttivastausten tavoin ja kunkin tehtävän kohdalla laskennallinen maksimipistemäärä on sama. Kuhunkin tehtävään liittyy hakusanat, jotka ohjaavat hankkimaan tarvittavia taustatietoja tehtävän ratkaisemiseksi.

Tehtävien ratkaisut tulee palauttaa viimeistään 20.4.2016. Esitehtävien vastausten on oltava perillä määräaikaan mennessä, pelkkä palautuspäivämäärän postileima ei riitä. Tehtävien ratkaisut palautetaan joko sähköpostilla (skannattuna tai pdf-tiedostona) osoitteeseen: **hakijapalvelut@uva.fi**

tai paperiversioina postitse osoitteeseen:

Vaasan yliopisto, Hakijapalvelut, PL 700, 65101 Vaasa

Esitehtävät 2016

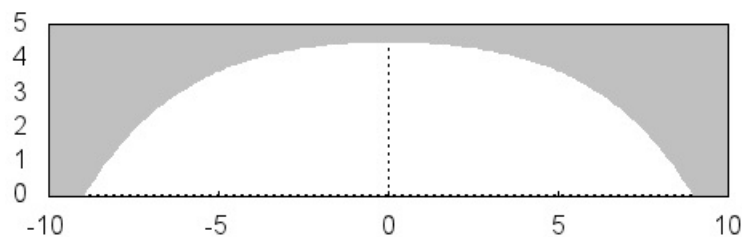
1. Teiden risteykseen rakennetaan betoninen kaarisilta, jonka yläpinta on vaakasuorassa oleva taso, joka sijaitsee maanpinnasta korkeudella 5,00 m; katso Kuva 1. Siltaa kohtisuoraan sivulta katsottuna kannen alapinta on käännetyn ketjukäyrän määräämän kaaren muotoinen:

$$y(x) = 5 - a \cosh\left(\frac{x}{3}\right) = 5 - a \frac{e^{\frac{x}{3}} + e^{-\frac{x}{3}}}{2}.$$

Silta on 20,00 m pitkä ja 6,00 m leveä. Lisäksi sen (pystysuora)paksuus ohuimmalta kohdaltaan siltakannen keskeltä suoraan alaspäin mitattuna on 0,50 m.

a) Laske annettujen tietojen perusteella vakion $a > 0$ tarkka oikea arvo.

b) Laske kuinka paljon betonia sillan valamiseen tarvitaan. Anna vastaus kuutiometreinä vähintään kahden desimaalin tarkkuudella.



Kuva 1: Betonisen sillan sivuprofiili.

Hakusanat: Ketjukäyrä, hyperbolinen kosini

2. Funktion $y = \cos(x)$ kuvaaja rajaa x -akselin kanssa välille $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ alueen C , jonka sisälle piirretään suorakulmio S , jonka sivut ovat koordinaattiakselien suuntaisia.

Määritä suorakulmion S suurin mahdollinen pinta-ala A , joka sillä alueessa C voi olla.

Anna vastaus vähintään neljän desimaalin tarkkuudella.

Esitä laskusi välivaiheineen ja sovelta maksimin etsimisessä apuna Newtonin menetelmää.

Esitä käyttämäsi Newtonin menetelmän mukainen iteraatiokaava sekä valittu alkuarvo ja iteraatiokertojen lukumäärä, jolla haluttu tarkkuus saavutetaan.

Hakusanat: Funktion lokaali ääriarvo, Newtonin menetelmä

3. Tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = b_1 \\ 3x + 2y + z = b_2 \\ -x + 2y + 4z = b_3 \end{cases}$$

a) Ratkaise yhtälöryhmä ja arvioi missä rajoissa x :n, y :n ja z :n arvot varmuudella ovat kun tiedämme, että yhtälöryhmän kertoimet ovat tarkkoja, mutta yhtälöiden oikean puolen arvot ovat mitattuja arvoja, joista tiedämme että ensimmäisen yhtälön oikean puolen arvo on välillä $2,19 \leq b_1 \leq 2,21$, toisen yhtälön oikean puolen arvo on välillä $0,68 \leq b_2 \leq 0,72$ ja kolmannen yhtälön oikean puolen arvo on välillä $-1,7 \leq b_3 \leq -1,5$?

b) Missä rajoissa lausekkeen $x + y + z$ arvo varmuudella on?

c) Arvioi yhtälöryhmän ratkaisun sisältämää suhteellista virhettä yhtälöryhmän kerroinmatriisin kuntoluvun ("Condition Number") avulla. Valitse ensin käyttämäsi kuntoluku ($\text{Cond}_1()$, $\text{Cond}_2()$ tai $\text{Cond}_\infty()$).

Hakusanat: Käänteismatriisi, matriisi-normi, matriisin kuntoluku

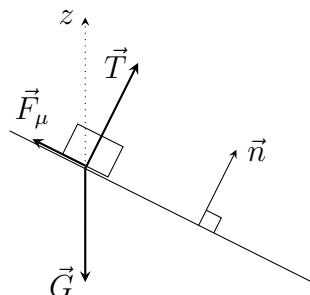
4. Tarkastellaan kappaletta vinolla tasolla. Kappaleen massa on 12,25 kg. Tasosta tunnetaan kolme pistettä: $P = (2,00, 0,00, 0,00)$, $Q = (0,00, 3,00, 0,00)$ ja $R = (0,00, 0,00, 0,80)$.

(a) Määritä tason normaalivektori.

(b) Jaa kappaleen paino tason suuntaiseen ja tasoa vastaan kohtisuoraan komponenttiin.

(c) Laske myös alustan ja kappaleen välisen tukivoiman ja kitkavoiman suuruudet, jos kappale pysyy paikallaan.

(d) Miten suuri tulee kitkakertoimen vähintään olla, jotta kappale pysyisi paikallaan?



Kuva 2: Kappale vinolla tasolla.

Kuvassa 2 on piirretty tilanne sivusta nähtynä. Kuvaan on piirretty z -akseli, joka on vastakkaisuuntainen painolle \vec{G} . x - ja y -akseleita ei ole piirretty kuvaan, koska ne eivät ole kuvatason suuntaisia.

Hakusanat: Ristitulo, vektoriprojektio, statiikan voimaehto, kitka

Vastaa seuraavista joko tehtävään 5 a) tai 5 b).

5 a). Tarkastellaan oheista kytkentää; katso Kuva 3. Laske

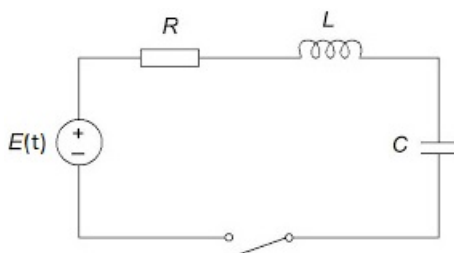
(a) kondensaattorin yli vaikuttavan jännitteen $u(t)$ Laplace-muunnos $U(s)$,

(b) jännite $u(t)$,

(c) piirin virta $i(t)$,

sen jälkeen kun piirissä oleva kytkin suljetaan ajanhetkellä $t = 0$ s. Kondensaattorin yli oleva jännite on alunperin 4 V, ja komponenttien arvot ovat: $R = 4 \Omega$, $L = 1$ H, $C = 0.25$ F ja $E(t) = 5 \sin(2t)$ V.

(d) Piirrä samaan koordinaatistoon funktioiden $u(t)$ ja $i(t)$ kuvaajat, kun $0 \leq t \leq 8$ s.



Kuva 3: RLC-piiri.

Hakusanat: RLC-piiri, differentiaaliyhtälö, Laplace-muunnos

5 b). Olkoon $A = \{a,b,c,d,1,2,3\}$. Montako sellaista

1. 10-pituista
2. n -pituista

merkkijonoa, jossa ei esiinny kahta peräkkäistä numeroa voidaan muodostaa aakkostosta A?

Vihje: tarkastele merkkijonon viimeistä merkkiä ja mieti mitä ehtoja on asetettava toiseksi viimeiselle merkille. Näin saat palautettua tarkastelun lyhyempiin jonoihin ja voit muodostaa toisen kertaluvun rekursioyhtälön kysytyille lukumäärille.

Hakusanat: Rekursioyhtälö, differenssiyhtälö, karakteristinen yhtälö